



TITLE:

# SubvarietyのEmbeddingとFormal Rational Functions (SchemeのBrauer群研究会報告集)

AUTHOR(S):

松村, 英之

---

CITATION:

松村, 英之. SubvarietyのEmbeddingとFormal Rational Functions (SchemeのBrauer群研究会報告集). 数理解析研究所講究録 1968, 53: 166-169

ISSUE DATE:

1968-10

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/107765>

RIGHT:

# Subvariety of Embedding & Formal rational functions.

名大 理 松村 英之

## 文献

- [1] H. Hironaka: On some formal imbeddings.  
(To appear on Illinois Journal).
- [2] H. Hironaka and H. Matsumura: Formal  
functions and formal embeddings.  
J. of Math. Soc. Japan, 20 (1968), 52-82.
- [3] R. Hartshorne: Cohomological dimension  
of algebraic varieties (To appear on Ann. Math.)

代数的多様体  $Z$  とその subvariety  $X$  とを考えよう。  
 $X$  の  $Z$  中への入り方をしらべる有力な方法の 1 つは、 $Z$  の  
 $X$  に沿った完備化  $\hat{Z}$  を考えることである。 $\hat{Z}$  は  
 formal scheme と呼ばれる ringed space であって、  
 その関数体  $K(\hat{Z})$  が考えられる。 $K(\hat{Z})$  の元は Zariski

流に言えば abstract meromorphic functions と呼べるであろうが、正しくは formal rational functions と呼ばれる。  $K(\hat{Z})$  は  $Z$  の関数体  $K(Z)$  の拡大体である。 $[K(\hat{Z}):K(Z)] < \infty$  のとき  $X$  は  $Z$  の中で  $G_2$  である といひ、 $K(\hat{Z}) = K(Z)$  のとき  $G_3$  である ということにする。 $X$  が  $Z$  の中で  $G_3$  ならば、 $\hat{Z}$  が  $Z$  を birational equivalence を除いて一意的に定める訳であるから、 $X$  は  $Z$  の中でかなり一般の位置にあるといえよう。

[2] においてわれわれは次のことを示した:

i)  $f: Z' \rightarrow Z$  が proper, surjective な morphism of normal varieties ならば、 $X' = f^{-1}(X)$  とおくと、 $Z'$  の  $X'$  に沿った完備化を  $\hat{Z}'$  とすれば

$$K(\hat{Z}') = \left[ K(Z') \otimes_{K(Z)} K(\hat{Z}) \text{ の全商環} \right]$$

これから、 $X$  が  $Z$  で  $G_2$  (resp.  $G_3$ ) ならば  $X'$  が  $Z'$  でそうであるということが判る。特に、 $X$  が連結で  $G_3$  ならば  $X'$  も  $G_3$  である。また、 $X'$  が  $G_3$  なら  $X$  も  $G_3$  である。

ii)  $Z_1, \dots, Z_n$  が normal varieties で  $e_i \in Z_i$  ならば、 $X = \bigcup (e_1 \times \dots \times e_{i-1} \times Z_i \times e_{i+1} \times \dots \times e_n)$  は  $Z = \prod Z_i$  の中で  $G_3$  である。

iii)  $Z = \mathbb{P}^n$  (体  $k$  上の projective space) ならば,  $Z$  の任意の connected subvariety  $X$  は  $Z$  で  $G_3$  である.

iv)  $Z$  が abelian variety で  $X$  が connected subvariety ならば,  $X$  が  $Z$  の原点を含むとき

$X$  は  $G_2$  in  $Z \iff X$  が  $Z$  を generate する  
が成立つ.

[2]より先に書かれた広中氏の [1]では,  $Z$  が smooth で  $X$  が codimension 1 のときに,  $X$  の normal bundle (それは  $X$  上の line bundle である) が ample ならば  $X$  は  $G_3$  であるという結果が (その他の結果と共に) 得られている. [3]で Hartshorne は,  $Z$  を smooth variety とし  $X$  を locally complete intersection in  $Z$  とするとき,  $X$  の normal bundle が彼の意味で ample ならば  $X$  は  $G_2$  であるということを示している.  $\mathbb{P}^n$  の任意の smooth subvariety は ample normal bundle をもつか

ら,  $\mathbb{P}^n$  で  $G_2$  であるが, 更に広中氏の テラニワラ を用いて彼は上記 iii) を導いている. また彼は  $Z-X$  の cohomological な性質をしらべて興味ある結果を得ている.

基礎体が  $\mathbb{C}$  のとき,  $X$  が  $Z$  で  $G_3$  であるということは,  $X$  の  $Z$  における近傍 (classical topology で) の上の有理型関数が,  $Z$  全体における有理型関数に拡張されることも含んでいる. (ここで  $Z$  はもちろん compact と仮定する). 代表的条件から解析的な定理を証明するのに, 直接やれば convergence の問題が生ずるが, analytic geometry を飛越えて formal geometry の定理を代表的に証明しておけば, GAGA principle で analytic results は矛として得られてしまう. これが広中氏の自慢のひとつである.

[2] の諸定理を組合わせると, たとえば, アーベル多様体  $A$  を hyperplanes で切つて得られる curve は  $A$  を生成するという定理などは容易に得られる. 幾何学的应用は外にもありそうに思われる.

以上.